

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
Федерального института
педагогических измерений



А.Г. Ершов

« 10 » ноября 2010 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФИПИ по математике,
член-корреспондент РАН и РАО

А.Л. Семенов

« 5 » ноября 2010 г.

Государственная (итоговая) аттестация 2011 года (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения
в 2011 году государственной (итоговой) аттестации
(в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ обучающихся,
освоивших основные общеобразовательные программы
основного общего образования

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Математика. 9 класс

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения
в 2011 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего образования

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2011 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольно-измерительные материалы, определены в спецификации, полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2011 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Демонстрационный вариант 2011 года

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено – на неё отводится 90 мин; по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком **номер** выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

~~1~~ 26 2) 20 **3** 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

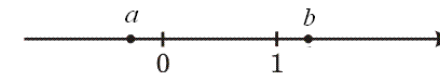
Желаем успеха!

Часть 1

- 1** Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?
- 1) $5,06 \cdot 10^2$ км²
 - 2) $5,06 \cdot 10^3$ км²
 - 3) $5,06 \cdot 10^4$ км²
 - 4) $5,06 \cdot 10^5$ км²

- 2** Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько приблизительно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?
- 1) 0,37 % 2) 27 % 3) 37 % 4) 2,7 %

- 3** Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.



- 1) $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, 1
- 2) 1, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{a}$
- 3) $\frac{1}{a}$, 1, $\frac{1}{b}$
- 4) $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{a}$, 1

- 4** Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$ при $x = 1$.

Ответ: _____

- 5** Из формулы периода обращения $T = \frac{t}{N}$ выразите время вращения t .

Ответ: _____

- 6** Какое из приведённых ниже выражений тождественно равно произведению $(x - 4)(x - 2)$?

- 1) $(x - 4)(2 - x)$
- 2) $-(x - 4)(2 - x)$
- 3) $(4 - x)(x - 2)$
- 4) $-(4 - x)(2 - x)$

- 7** Представьте выражение $6m + \frac{3 - 7m^2}{m}$ в виде дроби.

Ответ: _____

8 Какое из данных выражений **не равно** выражению $\frac{\sqrt{20}}{3}$?

- 1) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 2) $\frac{20}{3\sqrt{20}}$ 3) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$ 4) $\sqrt{\frac{20}{3}}$

9 Решите уравнение $x^2 + 7x - 18 = 0$.

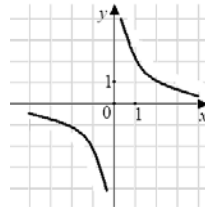
Ответ: _____

10 Гипербола, изображённая на рисунке, задаётся уравнением $y = \frac{2}{x}$. Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями.

СИСТЕМЫ
УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДЕНИЯ

- A) $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = x + 1 \end{cases}$ 1) система имеет одно решение
- B) $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = 1 - x \end{cases}$ 2) система имеет два решения
- B) $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = -2 \end{cases}$ 3) система не имеет решений



Ответ:

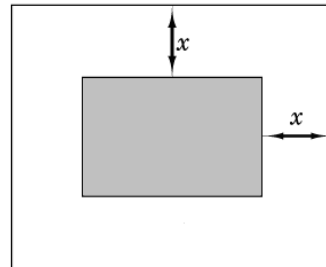
А	Б	В

11 Прочитайте задачу:

«Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 500 см^2 . Какова ширина окантовки?»

Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$
- 2) $(10 + x)(15 + x) = 500$
- 3) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$
- 4) $(10 + 2x)(15 + x) = 500$



12 Решите неравенство $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$.

Ответ: _____

13 При каких значениях x верно неравенство $x^2 + 2x - 3 < 0$?

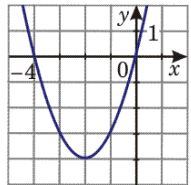
Ответ: _____

14 Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} < 0$.

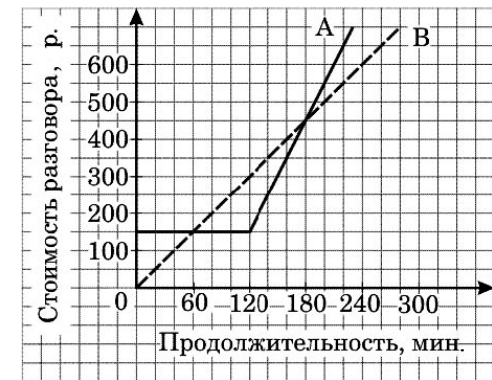
- 1) $a_n = 2n$ 3) $a_n = -2n + 100$
- 2) $a_n = -2n + 50$ 4) $a_n = 2n - 100$

15 График какой из перечисленных ниже функций изображён на рисунке?

- 1) $y = x^2 + 4$
- 2) $y = x^2 + 4x$
- 3) $y = -x^2 - 4x$
- 4) $y = -x^2 - 4$



16 Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Ответ: _____ мин.

17 На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Ответ: _____

18 Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.
- 20** Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.
- 21** В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.
- 22** Прямая $y = 2x + b$ касается окружности $x^2 + y^2 = 5$ в точке с положительной абсциссой. Определите координаты точки касания.
- 23** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	3
3	1
4	$-\frac{5}{12}$
5	$t = TN$
6	2
7	$\frac{3 - m^2}{m}$
8	4
9	$x_1 = 2, x_2 = -9$
10	231
11	1
12	$x < -1$
13	$-3 < x < 1$ или $(-3; 1)$
14	4
15	2
16	На 220 мин.
17	0,995
18	На 10

Решения и критерии оценивания к заданиям части 2

19 Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

Ответ: -2; 2; 6.

Решение. Разложим на множители левую часть уравнения. Получим:
 $x^2(x-6) - 4(x-6) = 0$, $(x-6)(x^2-4) = 0$, $x-6=0$ или $x^2-4=0$. Значит,
уравнение имеет корни: -2; 2; 6.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

20 Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.

Ответ: $(1\frac{2}{3}; +\infty)$. Другая возможная форма ответа: $x > 1\frac{2}{3}$.

Решение. 1) Определим знак разности $\sqrt{19} - 4,5$. Так как $4,5 = \sqrt{20,25}$ и $\sqrt{20,25} > \sqrt{19}$, то $\sqrt{19} - 4,5 < 0$.

2) Получаем неравенство $5 - 3x < 0$. Отсюда $x > 1\frac{2}{3}$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

- 21** В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

Ответ: 48, 60, 75.

Решение. 1) Пусть (b_n) – данная геометрическая прогрессия. Составим

$$\text{систему } \begin{cases} b_1 + b_1q = 108, \\ b_1q + b_1q^2 = 135. \end{cases} \quad \text{Далее: } \begin{cases} b_1(1+q) = 108, \\ b_1q(1+q) = 135, \end{cases} \quad \begin{cases} b_1(1+q) = 108, \\ q \cdot 108 = 135. \end{cases}$$

Отсюда $q = \frac{5}{4}$, $b_1 = 48$.

$$2) b_2 = 48 \cdot \frac{5}{4} = 60, \quad b_3 = 60 \cdot \frac{5}{4} = 75.$$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

- 22** Прямая $y = 2x + b$ касается окружности $x^2 + y^2 = 5$ в точке с положительной абсциссой. Определите координаты точки касания.

Ответ: (2; -1).

Решение. 1) Найдём значения b , при которых система $\begin{cases} y = 2x + b, \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ имеет единственное решение. Выполним подстановку, получим уравнение $x^2 + (2x + b)^2 = 5$, т.е. $5x^2 + 4xb + b^2 - 5 = 0$.

2) Полученное уравнение имеет единственное решение, когда его дискриминант равен нулю. Имеем: $D_1 = 4b^2 - 5(b^2 - 5) = 25 - b^2$. Решив уравнение $25 - b^2 = 0$, получим $b = \pm 5$.

3) Таким образом, получили уравнения двух прямых, касающихся окружности: $y = 2x + 5$ и $y = 2x - 5$.

Найдём абсциссы точек касания, подставив найденные значения b в уравнение $5x^2 + 4xb + b^2 - 5 = 0$:

при $b = 5$ получим уравнение $x^2 + 4x + 4 = 0$, откуда $x = -2$; этот корень не удовлетворяет условию задачи;

при $b = -5$ получим уравнение $x^2 - 4x + 4 = 0$, откуда $x = 2$.

Найдём соответствующее значение y : $y = 2x - 5 = 2 \cdot 2 - 5 = -1$. Координаты точки касания (2; -1).

Замечания. 1) В первом шаге решения учащийся может опустить запись системы, подставив сразу $y = 2x + b$ в уравнение окружности.

2) В третьем шаге учащийся может сначала выбрать касательную, удовлетворяющую условию задачи, а затем искать координаты точки касания; выбрать касательную учащийся может из графических соображений.

3) Решение задачи может быть геометрическим.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка; или при верных вычислениях в ответе указаны координаты обеих точек касания.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.

Комментарий. Ошибки в составлении выражения D_1 (или D), в применении формулы квадрата двучлена считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

- 23** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Ответ: плот пройдет $\frac{2}{5}$ всего пути.

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению – в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл S км, то катер – в 3 раза больше, т.е. $3S$ км. После встречи катер

пройдет $3S$ км, а плот – в 5 раз меньше, т.е. $\frac{3S}{5}$ км. Всего плот пройдет

$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}$. Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно

$$\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}.$$

Другое возможное решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $x + 3x = 4x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{AB}{4x}$ ч. За это время плот проплыл

$x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$ км, а катер – $\frac{3AB}{4}$ км. Обратный путь катер пройдет за

$\frac{\frac{3AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$ ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное

$x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$ км, а всего он проплывет $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2}{5}AB$ км.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с её учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.